

## ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертацию Бунеева С.С.  
«Некоторые краевые задачи в полосе для вырождающихся  
эллиптических уравнений высокого порядка», представленной на  
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические  
системы и оптимальное управление.**

### *Актуальность*

Проблемы, рассмотренные в рецензируемой работе относятся к разделу современной теории уравнений с переменными коэффициентами, в котором изучаются качественные свойства вырождающихся эллиптических уравнений. В работе исследуются краевые задачи типа задач Дирихле в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, когда вырождение происходит на границе, соответствующей нулевому времени. Такие задачи относятся к неклассическим задачам математической физики. В этих задачах младшие, в смысле регулярных эллиптических уравнений, члены уравнения влияют на постановку краевых задач и их коэрцитивную разрешимость.

Фундаментальные результаты в этом направлении принадлежат М. В. Келдышу. Полученные им результаты затем развивались и обобщались О. А. Олейник. Обобщенные решения вырождающихся эллиптических уравнений второго порядка были получены в работах С. Г. Михлина и М. И. Вишика. Эллиптико - параболические уравнения второго порядка были изучены О. А. Олейник, Дж. Коном и Л. Ниренбергом. Исследование вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка при степенном характере вырождения было начато в работах М. И. Вишика и В. В. Грушина. Затем ряд важных результатов для некоторых классов вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка при произвольном характере вырождения был получен в работах С. З. Левендорского, С. Л. Исхокова, В. П. Глушко, А. Д. Баева. Однако, ряд важных вопросов – существования и единственности решений эллиптических уравнений высокого порядка, с особыми видами вырождения на границах остается открытым.

Это обстоятельство указывает на актуальность темы диссертации С. С. Бунеева, новизну и научную важность полученных в ней результатов.

### *Теоретическая и практическая значимость*

В целом, работа носит теоретический характер. В диссертации исследованы новые классы краевых задач в полосе для вырождающихся

эллиптических уравнений высокого порядка. Однако результаты, полученные в диссертационной работе, имеют не только теоретическое значение, но и являются актуальными с точки зрения практических приложений. С помощью таких уравнений описываются многие математические модели процессов с вырождением, то есть таких процессов, в которых граница области оказывает существенное влияние на динамику параметров, определяющих состояние системы внутри области.

### **Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций**

Автором на достаточно высоком научном уровне используются различные подходы и методы обоснования полученных результатов, выводов и рекомендаций, изучаются и критически анализируются известные достижения и теоретические положения других авторов. Список использованной литературы содержит 55 наименований. Выводы и результаты, полученные диссертантом, обоснованы и достоверны.

### ***Общая характеристика, научная новизна***

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, содержится обзор достижений по данной теме, дается общая характеристика работы и формулируются основные результаты работы.

В главе 1 исследуется новый класс краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка по переменной  $t$ . Доказаны коэрцитивные априорные оценки решений таких краевых задач в специальных весовых пространствах типа пространств С. Л. Соболева. Нормы в этих пространствах вводятся с помощью специального интегрального преобразования  $F_\alpha$ , которое операцию весового дифференцирования переводит в операцию умножения на двойственную переменную. Такое преобразование было введено и исследовано в работах В. П. Глушко и А. Д. Баева.

Во второй главе доказываются теоремы о существовании и единственности решений краевых задач, рассмотренных в главе 1. При доказательстве этих теорем существенно использованы априорные оценки, полученные в первой главе. Теоремы о существовании и единственности доказаны в весовых пространствах типа пространств С.Л. Соболева.

В третьей главе диссертации установлены коэрцитивные априорные оценки решений краевых задач для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, которое отличается от уравнения, рассмотренного в главе 1, знаком перед производной  $\frac{\partial^3}{\partial t^3}$ . Априорные оценки установлены в весовых пространствах типа пространств С. Л. Соболева.

В четвертой главе диссертации доказаны теоремы о существовании и единственности решений краевых задач, рассмотренных в главе 3.

#### *Замечания*

1. Структура диссертации оставляет желать лучшего: в частности, диссертация и автореферат не содержат выводов и заключения по работе.
2. В неравенстве, доказываемом в лемме 1.3 (стр. 17 диссертации) появляется некая функция, зависящая от параметра. По контексту понятно, что эта функция обращается в ноль при нулевом значении аргумента, однако в диссертации об этом не говорится.
3. В главе 1 на странице 23 в неравенстве (1.1.30) следует писать вместо коэффициента  $a_{0,2m}$  коэффициент  $\text{Re} \bar{b} a_{0,2m}$ .
4. В главе 4 на странице 130 внизу следует вместо номеров (2.34) и (2.38) писать номера (4.34) и (4.38).

Отмеченные недостатки не меняют положительного впечатления от работы.

Диссертация С.С. Бунеева представляет собой законченное исследование, проведенное на высоком теоретическом уровне. Диссертационная работа представляет собой существенное продвижение в развитии математических методов исследования краевых задач для вырождающихся уравнений. Предложенные и обоснованные в диссертации методы исследования краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений, могут быть успешно применены при исследовании качественных свойств математических моделей процессов с вырождением, и, несомненно, послужат основой для новых разработок в теории математического моделирования процессов с вырождением.

Все утверждения диссертации являются новыми и актуальными. Они полностью и четко доказаны. Результаты диссертации своевременно опубликованы в 20 работах, из которых 5 работ входят в список ВАК РФ. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа С.С. Бунеева удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ (п. 9 Положения), предъявляемым к кандидатским

